Correction de l'énigme du mois de janvier 2020

Notons "$abcd$" le numéro de Luke et x le rang de son étage. a, b, c et d sont des chiffres donc des nombres entiers compris entre 0 et 9. Après recherche sur internet, on se rend compte que les numéros vont jusqu'à près de 4500 (cette information est dans le texte de l'énigme mais aurait pu ne pas être donnée. Il aurait fallu alors faire comme Anne-Mélanie et aller chercher soi-même…)
Comme Luke habite vers le milieu de l'avenue, on peut supposer que $a = 2$.
D'après l'énoncé : "$abcd$ " $\times x$ = "$dcba$".

Si $x = 1$ alors il existe plusieurs solutions comme par exemple 2112 et 2222 et Anne-Mélanie ne peut pas trouver la maison de Luke. Or Luke a dit qu'il y avait toutes les infos pour trouver donc x est différent de 1 et Luke n'habite pas au rez-de-chaussée.
Donc x est supérieur ou égal à 2.
$a\times x$ est inférieur ou égal à 9 (*), sinon il y aurait une retenu et "$abcd$ " $\times x$ serait un nombre à 5 chiffres. Impossible.
***a* = 2**
D'après la propriété (*), il faut examiner les trois possibilités : $x = 2$; $x = 3$; $x = 4$
$x = 2$: on a donc "2bcd" 2 = "dcb2". D'où : $2d = 12$.
Donc $d = 6$. Ce qui est impossible car "2bc6"×2 ne peut pas être égal à "6cb2".
$x = 3$: on a donc "2bcd"×3 = "dcb2". D'où : $3d = 12$ ou $3d = 22$ (impossible).
Donc $d = 4$. Ce qui est impossible car "2bc4"×3 ne peut pas être égal à "4cb2".
$x = 4$: on a donc "2bcd" 4 = "dcb2". D'où : $4d = 12$ ou $4d = 22$ (impossible) ou $4d$ =32.
$d = 3$ ne convient pas car "2bc3"×4 ne peut pas être égal à "3cb2".
$d = 8$ conduit à "2bc8" 4 = "8cb2" donc b =1 ou $b = 2$ pour éviter la retenue.
De plus $4c +3 = 10k + b$ donc b est impair. La seule possibilité est $b = 1$.
On en déduit $4c = 8$ ou $4c = 28$. Il faut donc essayer $c = 2$ (ne convient pas) et $c = 7$ (convient).
On a bien : 2178×4 = 8712.

Si on veut essayer *a* = 1 :

"1bcd " $\times x$ = "dcb1".
x est inférieur ou égal à 9 et $d\times x$ est un nombre se terminant par 1. En cherchant dans les tables de multiplication, les seuls cas sont $d\times x = 3\times 7$ ou 7×3, $d\times x = 9\times 9$.
$d = 3$ et $x = 7$ donne "1bc3 " × 7 = "3cb1". Impossible
$d = 7$ et $x = 3$ donne "1bc7 " × 3 = "7cb1". Impossible
$d = 9$ et $x = 9$ donne "1bc9 " × 9 = "9cb1" puis $b = 0$ ou 1 pour ne pas avoir de retenue puis $b = 0$ et $c = 8$.
Donc le numéro 1089 et l'étage 9 fonctionne mais on est loin du milieu de l'avenue…

Pour info, les cas $a = 3$ et $a = 4$ sont aussi à exclure…
***a* = 3**
D'après la propriété (*), il faut examiner les deux possibilités : $x = 2$; $x = 3$.
$x = 2$: on a donc "3bcd" 2 = "dcb3". Ce qui est impossible car le produit doit être pair.
$x = 3$: on a donc "3bcd" 3 = "dcb3". D'où : $3d = 3$ ou $3d = 13$ (imp.) ou $3d$ =23 (impossible).
Donc $d = 1$. Ce qui est impossible car "3bc1" 3 ne peut pas être égal à "1cb3".
***a* = 4**
D'après la propriété (*), la seule possibilité est : $x = 2$.
$x = 2$: on a donc "4bcd" 2 = "dcb4". D'où : $2d = 4$ ou $2d = 14$.
$d = 2$ ne convient pas car "4bc2" 2 ne peut pas être égal à "2cb4".
$d = 7$ ne convient pas car "4bc7" 2 ne peut pas être égal à "7cb4".

Conclusion : L'adresse de Luke est : 2178 SpringHill Avenue, au quatrième étage.